

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 1

Indiqueu l'opció triada:

Exercici 4: Opció A ☐ Opció B ☐

Espai per a la correcció

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Espai per a la revisió

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 respondent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades i indiqueu-la a la portada.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar la pàgina en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Exercici 1

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 1	
---------------------------------	--

Un metge comença a fer divulgació sobre salut a les xarxes socials. A mesura que publica continguts relacionats amb aquest tema, observa un augment en el nombre de seguidors. En un moment determinat grava un vídeo polèmic i perd un petit nombre de seguidors, però al cap d'uns dies en publica un altre que té molt d'èxit i, a partir d'aleshores, el nombre de seguidors torna a créixer. La funció que descriu el nombre de seguidors en funció del temps t , mesurat en setmanes, és $f(t) = 10t^3 - 120t^2 + 450t + 700$, $t \in [0, 10]$.

1.1. Quants seguidors té a l'inici? Quants en té al cap de 10 setmanes?

Estudieu els intervals de creixement i decreixement de la funció i determineu-ne els extrems locals. Feu un esbós de la gràfica utilitzant la informació obtinguda.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 1.1	
----------------------------	--

1.2. Quina setmana penja el vídeo polèmic i quants seguidors té en aquell moment? Quina setmana penja el vídeo que té molt d'èxit? Al llarg de les 10 setmanes, en quin moment té més seguidors?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 1.2	
----------------------------	--

Exercici 2

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 2	
---------------------------------	--

Un pagès produeix diferents tipus de fruites: maduixes, albercocs i cireres, que es venen en caixes a preus diferents. Sabem que una comanda de 5 caixes de maduixes, 3 d'albercocs i 4 de cireres té un cost total de 120 €. D'altra banda, una comanda de 2 caixes de maduixes, 1 d'albercocs i 3 de cireres té un cost total de 56 €.

2.1. Calculeu el preu d'una caixa de maduixes i el preu d'una caixa d'albercocs en funció del preu d'una caixa de cireres.

Amb aquesta informació, calculeu quin és el preu d'una comanda de 6 caixes de maduixes, 4 d'albercocs i 2 de cireres.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 2.1	
----------------------------	--

- 2.2.** Si sabem que el preu d'una caixa d'albercocs és de 12,50 €, calculeu quin és el preu de les altres dues caixes de fruita.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.2	
----------------------------	--

Exercici 3

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	
---------------------------------	--

Una empresa de telecomunicacions considera que una pàgina web és eficient si el seu temps de càrrega és inferior a 3 segons. L'empresa afirma que almenys el 50 % de les pàgines web que gestiona són eficients. Per comprovar aquesta afirmació, seleccionem una mostra aleatòria de $n = 2.500$ pàgines web gestionades per aquesta empresa.

FÓRMULES PER A RESOLDRE L'EXERCICI:

- $Z \sim \text{normal}(0, 1) \rightarrow P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ i $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$

- Intervals de confiança amb un nivell de confiança $\gamma \in (0, 1)$

- per a la proporció (mostres grans):

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

- per a la mitjana (mostres normals amb la variància σ^2 coneguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

- per a la mitjana (mostres grans amb la variància σ^2 desconeguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- 3.1. Suposem que, cada vegada que seleccionem una pàgina web per a la mostra, aquesta pot ser eficient (o no ser-ho) amb una probabilitat $p = 0,5$ i que el fet que una pàgina sigui eficient (o no) és independent del fet que la resta de pàgines ho siguin (o no). Considerem la variable aleatòria X , que compta el nombre de pàgines, d'entre les 2.500 de la mostra, que són eficients.

Quina distribució té la variable X ? Calculeu la probabilitat que com a molt 1.299 pàgines siguin eficients. Per a fer-ho, utilitzeu l'aproximació per la distribució normal sense fer la correcció per continuïtat.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	
----------------------------	--

- 3.2.** En la mostra de $n = 2.500$ pàgines web, hem obtingut una mitjana mostral del temps de càrrega de $\bar{x} = 2,95$ segons i una desviació típica mostral de $s = 0,38$ segons. Suposeu que el temps de càrrega de les pàgines web segueix una distribució normal

Construïu un interval de confiança del 95 % per al temps mitjà de càrrega de les pàgines web que gestiona l'empresa. A partir de l'interval obtingut, què podem dir sobre l'afirmació de l'empresa que almenys el 50 % de les pàgines web que gestiona són eficients?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	
----------------------------	--

Exercici 4

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4

La taula següent recull el nombre d'estudiants de grau (G), màster (M) i doctorat (D) matriculats a les tres facultats —Ciències (C), Enginyeria (E) i Lletres (L)— d'una petita universitat.

Facultat	Grau (G)	Màster (M)	Doctorat (D)	Total
Ciències (C)	450	172	41	663
Enginyeria (E)	445	178	45	668
Lletres (L)	438	183	48	669
Total	1.333	533	134	2.000

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen. Indiqueu a la portada de l'examen l'opció escollida.

OPCIÓ A

- 4.1. Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui un estudiant de doctorat de la Facultat de Lletres?

Si escollim a l'atzar un estudiant que cursa un màster, quina és la probabilitat que estudiï a la Facultat d'Enginyeria?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1

- 4.2. Expresseu la informació de la taula (sense els totals) mitjançant una matriu 3×3 i calculeu, utilitzant un producte de matrius, el vector amb el nombre total d'estudiants de grau, màster i doctorat de la universitat.

Sabem que els estudiants de grau paguen 1.000 € de matrícula; els de màster, 1.500 €, i els de doctorat, 500 €. Per mitjà d'un producte de matrius, calculeu l'import total que ingressa la universitat en concepte de matrícules.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2

OPCIÓ B

- 4.1. Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui un estudiant de màster de la Facultat de Ciències?

Si escollim a l'atzar un estudiant de la Facultat d'Enginyeria, quina és la probabilitat que cursi un màster?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1

- 4.2. Sabem que, en total, hi ha 1.036 estudiants que gaudeixen d'una beca. També sabem que, si considerem conjuntament els estudiants de grau i màster, la meitat estan becats, i que hi ha el mateix nombre d'estudiants becats de màster que de doctorat.

Determineu quants estudiants becats hi ha de cada nivell educatiu (grau, màster i doctorat).

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació i 2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant

--



IEC
Institut d'Estudis
Catalans